Total No. of Questions : 8] *[Total No. of Printed Pages : 4*

Roll No ....

BT-102

B.Tech., I & II Semester

Examination, December 2020

Mathematics-I

Time : Three Hours

Maximum Marks : 70

Note: i) Attempt any five questions.
किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिए।

ii) All questions carry equal marks.
सभी प्रश्नों के समान अंक हैं।

iii) In case of any doubt or dispute the English version question should be treated as final.
किसी भी प्रकार के संदेह अथवा विवाद की स्थिति में अंग्रेजी भाषा के प्रश्न को अंतिम माना जायेगा।

1. a) Find the first four terms in the Expansion of $\log(1+\sin x)$ by Maclaurin's theorem. 7
मैक्लारिन प्रमेय द्वारा $\log(1+\sin x)$ का प्रथम चार पदों तक प्रसार कीजिये।

b) Find the Maxima and Minima of the following function.

$$\sin x+\sin y+\sin(x+y) \text{ in } \begin{cases} 0 \le x \le \pi/2 \\ 0 \le y \le \pi/2 \end{cases}$$ 7

फलन $\sin x+\sin y+\sin(x+y)$ का उच्चिष्ठ और निम्निष्ठ ज्ञात कीजिये अंतराल $\begin{cases} 0 \le x \le \pi/2 \\ 0 \le y \le \pi/2 \end{cases}$ पर

2. a) Evaluate 7

ज्ञात कीजिये

$$\lim_{n\to\infty}\left\{\frac{n!}{n^n}\right\}^{1/n}$$

b) Evaluate 7

ज्ञात कीजिए

$$\int_0^1\int_0^{\sqrt{1+x^2}}\frac{dxdy}{1+x^2+y^2}$$

3. a) Test for Convergence the series. 7

श्रेणी के अभिसरण का परीक्षण कीजिये

$$\frac{1}{1.2.3}+\frac{3}{2.3.4}+\frac{5}{3.4.5}+\ldots\infty$$

b) Obtain the Fourier series for $f(x)=e^{-x}$ in the Interval $0<x<2\pi.$ 7

फलन $f(x)=e^{-x}$ का फूरियर श्रेणी में प्रसार कीजिये अंतराल $0<x<2\pi$ में।

4. a) If W_1 and W_2 be two subspace of V(F) then show that $W_1 \cap W_2$ also subspace of V(F). 7

यदि W_1 और W_2 सदिश समष्टि V(F) के कोई दो उप–समष्टियाँ है। दर्शाइये $W_1 \cap W_2$ भी V(F) की उप–समष्टि है।

b) Show that transformation $f: V_2(R) \to V_3(R)$. Which is defined as $f(a, b)=(a+b,\ a-b,\ b)\ \forall a,b \in R$ is a Linear transformation. Find Range of T, Rank, null space and nullity. 7

दर्शाइये कि रूपान्तरण $f: V_2(R) \to V_3(R)$ जो निम्न प्रकार से परिभाषित है $f(a, b)=(a+b,\ a-b,\ b)\ \forall a,b \in R$ एक रैखिक रूपान्तरण है। ज्ञात कीजिये T का परिसर जाति, शून्य समष्टि एवं शून्यता।

5. a) Find the Eigen value and Eigen Vector's of the matrix

$$\begin{bmatrix} 3 & -4 & 4 \\ 1 & -2 & 4 \\ 1 & -1 & 3 \end{bmatrix}.$$ 7

निम्न आव्यूह $\begin{bmatrix} 3 & -4 & 4 \\ 1 & -2 & 4 \\ 1 & -1 & 3 \end{bmatrix}$ के आइगन मान एवं आइगन सदिश ज्ञात कीजिये।

b) Test for Consistency and solve. 7

संगतता का परीक्षण कीजिये एवं हल करें।

$5x + 3y + 7z = 4$

$3x + 26y + 2z = 9$

$7x + 2y + 10z = 5$

6. a) Expand $\log_e x$ in power of $(x - 1)$ and hence evaluate $\log_e 1.1$ correct to four decimal places. 7

फलन $\log_e x$ का $(x - 1)$ की घातों में प्रसार कीजिये एवं $\log_e 1.1$ का मान ज्ञात कीजिये दशमलव के चार अंको तक।

b) If $u = Sin^{-1}\left(\frac{x+y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}\right)$ prove that

$$x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{2}\tan u.$$ 7

यदि $u = Sin^{-1}\left(\frac{x+y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}\right)$ सिद्ध कीजिये

$$x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{2}\tan u$$

7. a) Prove that $B(m,n) = \dfrac{\lceil m \, \lceil n}{\lceil m+n}$. 7

सिद्ध कीजिये $B(m,n) = \dfrac{\lceil m \, \lceil n}{\lceil m+n}$

b) Find the area lying between the parabola $y = 4x - x^2$ and the line $y = x$. 7

परवलय $y = 4x - x^2$ एवं रेखा $y = x$ के बीच का क्षेत्र ज्ञात कीजिये।

8. a) Verify Caley-Hamilton theorem for the matrix $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ and find the Inverse. 7

निम्न दी हुयी आव्यूह के लिये कैले–हैमिल्टन प्रमेय का सत्यापन कीजिये एवं प्रतिलोम ज्ञात कीजिये। $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 1 \end{bmatrix}$

b) Define rank of the matrix. Determine the rank of the following matrix. 7

आव्यूह की जाति को परिभाषित कीजिये, निम्न आव्यूह की जाति ज्ञात कीजिये।

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & -3 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

******