

Total No. of Questions : 8]

[Total No. of Printed Pages : 4

Enrolment No. 0123456789.....

BT202 (GS)

B.Tech. I/II Semester

Examination, December 2025

Grading System (GS)

Mathematics-II

Time : Three Hours

Maximum Marks : 70

Note : (i) Attempt any *five* questions.

किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिए।

(ii) All questions carry equal marks.

सभी प्रश्नों के समान अंक हैं।

(iii) In case of any doubt or dispute the English version question should be treated as final.

किसी भी प्रकार के संदेह अथवा विवाद की स्थिति में अंग्रेजी भाषा के प्रश्न को अंतिम माना जायेगा।

1. (a) Solve $(1+y^2)dx = (\tan^{-1}y-x)dy$

हल कीजिए: $(1+y^2)dx = (\tan^{-1}y-x)dy$

(b) Solve the simultaneous differential equations:

$$\frac{d^2x}{dt^2} - 4\frac{dx}{dt} + 4x = y \text{ and } \frac{d^2y}{dt^2} + 4\frac{dy}{dt} + 4y = 25x + 16e^t.$$

निम्न समकालिक अवकल समीकरणों को हल कीजिए:

$$\frac{d^2x}{dt^2} - 4\frac{dx}{dt} + 4x = y \text{ और } \frac{d^2y}{dt^2} + 4\frac{dy}{dt} + 4y = 25x + 16e^t.$$

2. (a) Find the series solution of $xy'' + y' + xy = 0$ about $x=0$ by the Frobenius method.

Frobenius विधि का उपयोग करके $x=0$ के आस-पास निम्न समीकरण का श्रेणी हल ज्ञात कीजिए: $xy'' + y' + xy = 0$

- (b) Apply the method of variation of parameters to solve the ordinary differential equation: $\frac{d^2y}{dx^2} + y = \tan x$.

पैरामीटरों के परिवर्तन की विधि का प्रयोग करके निम्न साधारण अवकल समीकरण हल कीजिए:

$$\frac{d^2y}{dx^2} + y = \tan x$$

3. (a) Solve $(D^2 - 2DD' + D'^2)Z = e^{x+2y+x^2}$
हल कीजिए: $(D^2 - 2DD' + D'^2)Z = e^{x+2y+x^2}$

- (b) Find a complete integral of $px + qy = pq$
पूर्ण समाकल ज्ञात कीजिए: $px + qy = pq$

4. (a) Show that the function $u = e^x (x \cos y - y \sin y)$ is a harmonic function. Find the conjugate function v .

दिखाइए कि फलन $u = e^x (x \cos y - y \sin y)$ एक हार्मोनिक फलन है।

इसका संयुग्म फलन v ज्ञात कीजिए।

- (b) Evaluate: $\int \frac{e^z}{(z-1)(z-4)} dz$ where C is the circle $|z|=2$ by using Cauchy's Integral Formula.

निम्न समाकल का मान कौशी के समाकल सूत्र का प्रयोग करके

ज्ञात कीजिए, जहाँ C वृत्त $|z|=2$ है: $\int \frac{e^z}{(z-1)(z-4)} dz$

5. (a) Find the directional derivative of $f(x,y,z) = 2x^2 + 3y^2 + z^2$ at the point $P(2,1,3)$ in the direction of the vector $\vec{a} = \hat{i} - 2\hat{k}$.

फलन $f(x,y,z) = 2x^2 + 3y^2 + z^2$ का दिशात्मक अवकलज बिंदु $P(2,1,3)$ पर सदिश $\vec{a} = \hat{i} - 2\hat{k}$ की दिशा में ज्ञात कीजिए।

- (b) Evaluate $\int F \cdot dr$, where $F = x^2 \hat{i} + y^3 \hat{j}$ and the curve C is the arc of the parabola $y = x^2$ in the xy plane from $(0,0)$ to $(1,1)$.

निम्न रेखा समाकल का मान ज्ञात कीजिए:

$\int F \cdot dr$ जहाँ $F = x^2 \hat{i} + y^3 \hat{j}$ और वक्र C परबोला $y = x^2$ का चाप है, जो xy -समतल में $(0,0)$ से $(1,1)$ तक जाता है।

6. (a) Evaluate the following integral using residue theorem

$$\int \frac{4-3z}{(z-1)(z-2)z} dz \quad \text{where } C \text{ is the circle } |z| = \frac{3}{2}$$

अवशेष प्रमेय का प्रयोग करके निम्न समाकल का मान ज्ञात कीजिए,

$$\text{जहाँ } C \text{ वृत्त } |z| = \frac{3}{2} \text{ है: } \int \frac{4-3z}{(z-1)(z-2)z} dz$$

- (b) Evaluate the integral $\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{5-3\cos\theta}$.

निम्न समाकल का मान ज्ञात कीजिए:

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{5-3\cos\theta}$$

7. (a) Verify Stokes' theorem for the vector field $\vec{F} = (x^2 - y^2)\hat{i} + 2xy\hat{j}$, integrated around the rectangle $z=0$ and bounded by the line $x=0$, $y=0$, $x=a$ and $y=b$.

[4]

स्टोक्स प्रमेय को सदिश क्षेत्र $\vec{F}=(x^2-y^2)\hat{i}+2xy\hat{j}$ के लिए सत्यापित कीजिए, जहाँ समाकल आयत $z=0$ पर है और रेखाओं $x=0, y=0, x=a, y=b$ से सीमित है।

(b) Define Gradient, Divergence and Curl
ग्रेडिएंट, डायवर्जेंस और कर्ल को परिभाषित कीजिए।

8. (a) Solve $(D^2-D'^2-3D+3D') Z=e^{x+2y+xy}$

हल कीजिए: $(D^2-D'^2-3D+3D') Z=e^{x+2y+xy}$

(b) By reducing to homogeneous, solve the differential equation:

समीकरण को समरूप में घटाकर हल कीजिए:

$$(1+x)^2 \frac{d^2y}{dx^2} + (1+x) \frac{dy}{dx} + y = 4 \cos \{ \log(1+x) \}.$$
