

Roll No

BT-202 (GS)**B.Tech., I & II Semester**

Examination, December 2024

Grading System (GS)**Mathematics - II****Time : Three Hours****Maximum Marks : 70****Note:** i) Attempt any five questions.

किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिये।

ii) All questions carry equal marks.

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

iii) In case of any doubt or dispute the English version question should be treated as final.

किसी भी प्रकार के संदेह अथवा विवाद की स्थिति में अंग्रेजी भाषा के प्रश्न को अंतिम माना जायेगा।

1. a) Solve $(1+y^2)dx = (\tan^{-1}y - x)dy$. 7

$(1+y^2)dx = (\tan^{-1}y - x)dy$ को हल करें।

b) Solve $(D^2 + 3D + 2)y = \sin 3x$. 7

$(D^2 + 3D + 2)y = \sin 3x$ को हल करें।

BT-202 (GS)

PTO

[2]

2. a) Solve the simultaneous equations $\frac{dx}{dt} - 7x + y = 0$ and

$\frac{dy}{dt} - 2x - 5y = 0$. 7

युगपत समीकरण $\frac{dx}{dt} - 7x + y = 0$ और $\frac{dy}{dt} - 2x - 5y = 0$ को हल करें।

b) Solve by the method of variation of parameter $(D^2 + 1)y = x$. 7

पैरामीटर $(D^2 + 1)y = x$ के परिवर्तन की विधि द्वारा हल करें।

3. a) Solve $(1+x)^2 \frac{d^2y}{dx^2} + (1+x) \frac{dy}{dx} + y = \cos \log(1+x)$. 7

$(1+x)^2 \frac{d^2y}{dx^2} + (1+x) \frac{dy}{dx} + y = \cos \log(1+x)$ को हल करें।

b) Show that $J_n(-x) = (-1)^n J_n(x)$ when n is positive or negative integer. 7

दर्शाए कि $J_n(-x) = (-1)^n J_n(x)$ जब n धनात्मक या ऋणात्मक पूर्णांक है।

4. a) Solve by Charpit's method $px + qy = pq$. 7

चारपिट विधि $px + qy = pq$ से हल करें।

b) Solve the Partial differential equation

$(D^3 - 4D^2D^1 + 4DD^1^2)Z = \cos(2x + y)$. 7

आंशिक अंतर समीकरण $(D^3 - 4D^2D^1 + 4DD^1^2)Z = \cos(2x + y)$ को हल करें।

BT-202 (GS)

Contd...

[3]

5. a) Construct a partial differential equation from the relation 7

$$f(x^2 + y^2 + z^2, z^2 - 2xy) = 0$$

संबंध $f(x^2 + y^2 + z^2, z^2 - 2xy) = 0$ से आंशिक अंतर समीकरण की रचना कीजिए।

- b) Show that $u = e^{-x}(x \sin y - y \cos y)$ is Harmonic. 7
दर्शाए कि $u = e^{-x}(x \sin y - y \cos y)$ हार्मोनिक है।

6. a) Determine P such that the function

$$f(z) = \frac{1}{2} \log(x^2 + y^2) + i \tan^{-1} \left(\frac{px}{y} \right) \text{ be an analytic function. 7}$$

P का निर्धारण इस प्रकार करें कि फंक्शन

$$f(z) = \frac{1}{2} \log(x^2 + y^2) + i \tan^{-1} \left(\frac{px}{y} \right) \text{ एक विश्लेषणात्मक}$$

फंक्शन हो। <https://www.rgpvonline.com>

- b) Evaluate using Cauchy's theorem $\int_c \frac{z^3 e^{-z}}{(z-1)^3} dz$ where c is

$$|z-1| = \frac{1}{2}. \quad 7$$

कॉची के प्रमेय का उपयोग करके $\int_c \frac{z^3 e^{-z}}{(z-1)^3} dz$ मूल्यांकन करें जहाँ

$$c: |z-1| = \frac{1}{2} \text{ है।}$$

[4]

7. a) Find the poles and residues at each pole of $\frac{e^{iz}}{z^2+1}$. 7

$\frac{e^{iz}}{z^2+1}$ के प्रत्येक ध्रुव पर ध्रुव और अवशेष ज्ञात कीजिए।

- b) Find the directional derivative of $\phi = x^2yz + 4xz^2$ at $(1, -2, -1)$ in the direction of $2\bar{i} - \bar{j} - 2\bar{k}$. 7
 $2\bar{i} - \bar{j} - 2\bar{k}$ की दिशा में $(1, -2, -1)$ पर $\phi = x^2yz + 4xz^2$ का दिशात्मक व्युत्पन्न ज्ञात कीजिए।

8. Verify Green's theorem for $\int_C [(xy + y^2)dx + x^2 dy]$ where C is the boundary by $y = x$ and $y = x^2$. 14

$\int_C [(xy + y^2)dx + x^2 dy]$ के लिए ग्रीन के प्रमेय को सत्यापित करें जहाँ C, $y = x$ और $y = x^2$ की सीमा है।
