

Roll No

BT-202 (GS)**B.Tech., I & II Semester**

Examination, June 2025

Grading System (GS)**Mathematics - II****Time : Three Hours****Maximum Marks : 70****Note:** i) Attempt any five questions.

किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिये।

ii) All questions carry equal marks.

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

iii) In case of any doubt or dispute the English version question should be treated as final.

किसी भी प्रकार के संदेह अथवा विवाद की स्थिति में अंग्रेजी भाषा के प्रश्न को अंतिम माना जायेगा।

1. a) Solve $(e^y + 1)\cos x \, dx + e^y \sin x \, dy = 0$. 7

 $(e^y + 1)\cos x \, dx + e^y \sin x \, dy = 0$ को हल करें।

b) Solve $(D^2 - 5D + 6)y = 4e^x + 5$. 7

 $(D^2 - 5D + 6)y = 4e^x + 5$ को हल करें।

2. a) Solve $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 5x \frac{dy}{dx} + 4y = x \log x$. 7

 $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 5x \frac{dy}{dx} + 4y = x \log x$ को हल करें।

b) Solve in series Legendre's differential equation

$(1-x^2) \frac{d^2y}{dx^2} - 2y \frac{dy}{dx} + 2y = 0$. 7

लीजेंड्रे के अंतर समीकरण $(1-x^2) \frac{d^2y}{dx^2} - 2y \frac{dy}{dx} + 2y = 0$ को

श्रेणी में हल करें।

3. Solve $(D^2 + a^2)y = \tan ax$ by using method of variation of parameters. 14मापदंडों के परिवर्तन की विधि का उपयोग करके $(D^2 + a^2)y = \tan ax$ को हल करें।4. a) Eliminate the arbitrary function f from the relation

$z = y^2 + 2f\left(\frac{1}{x} + \log y\right)$. 7

संबंध $z = y^2 + 2f\left(\frac{1}{x} + \log y\right)$ से मनमाना फंक्शन f को हटाइए।

b) Solve the partial differential equation 7

$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = x^2 y$.

आंशिक अंतर समीकरण $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = x^2 y$ को हल करें।

5. a) Solve $(y+z)p + (x+z)q = x+y$. 7
 $(y+z)p + (x+z)q = x+y$ को हल करें।
 b) Find all values of K such that $f(z) = e^x (\cos ky + i \sin ky)$ is analytic. 7
 K के सभी मान ज्ञात करें जैसे कि $f(z) = e^x (\cos ky + i \sin ky)$ विश्लेषणात्मक है।
6. a) Evaluate $\int_{(0,0)}^{(1,1)} (3x^2 + 4xy + ix^2) dz$ along $y = x^2$. 7
 $y = x^2$ के अनुदिश $\int_{(0,0)}^{(1,1)} (3x^2 + 4xy + ix^2) dz$ का मूल्यांकन करें।
 b) If $f(z) = \frac{1}{(z-1)(z-2)^4}$ find residue of all poles. 7
 यदि $f(z) = \frac{1}{(z-1)(z-2)^4}$ तो सभी ध्रुवों का अवशेष ज्ञात कीजिए।
7. a) If \vec{r} is the position vector of any point in space, then prove that $r^n \vec{r}$ is irrotational. 7
 यदि \vec{r} अंतरिक्ष में किसी बिंदु का स्थिति सदिश है, तो सिद्ध कीजिए कि $r^n \vec{r}$ अघूर्णी है।
 b) Find the workdone by the force $\vec{F} = z\vec{i} + x\vec{j} + y\vec{k}$, when it moves a particle along the arc of the curve $\vec{r} = \cos t \vec{i} + \sin t \vec{j} - t\vec{k}$ from $t = 0$ to $t = 2\pi$. 7
 बल $\vec{F} = z\vec{i} + x\vec{j} + y\vec{k}$ द्वारा किया गया कार्य ज्ञात कीजिए, जब यह एक कण को वक्र $\vec{r} = \cos t \vec{i} + \sin t \vec{j} - t\vec{k}$ के चाप के अनुदिश $t = 0$ से $t = 2\pi$ तक ले जाता है।

8. Verify stokes theorem for $\vec{F} = (x^2 - y^2)\vec{i} + 2xy\vec{j}$ over the box bounded by the planes $x = 0, x = a, y = 0, y = b$. 14
 समतल $x = 0, x = a, y = 0, y = b$ से घिरे बॉक्स पर $\vec{F} = (x^2 - y^2)\vec{i} + 2xy\vec{j}$ के लिए स्टोक्स प्रमेय का सत्यापन करें।
